

Ellipsen

Übungen

Hier nur einige Aufgaben. Die ausführlichen Lösungen stehen im Originaltext.

Datei Nr. 23115

Stand 20. Juni 2024

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK
UND STUDIUM

<https://mathe-cd.de>

Aufgaben

1 Von einer Ellipse kennt man die Brennpunkte $F_{1,2}(\pm 4 | 0)$ und einen Kurvenpunkt $P_1(3 | 2,4)$. Konstruiere die vier Scheitel und berechne ihre Gleichung.

2a Lege die Tangenten parallel zu $g: y = 0,3x - 1$ an die Ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.
Konstruktion und Rechnung!

2b Lege die Tangenten parallel zu $g: y = x$ an die Ellipse $25x^2 + 144y^2 = 900$.
Berechne die Tangentengleichungen und die Berührungspunkte.
Konstruktion!

3 Lege eine Tangente von $Q(-2 | 7)$ an die Ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

4 Die Gerade $g: y = -2x - 6$ sei Normale an eine Ellipse um O und schneide diese in $P(-4 | y_P)$. Konstruiere die Ellipse.

5-1 Gegeben ist die Ellipse $E: \frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{25} = 1$ und die Gerade $g: y = -\frac{1}{2}\sqrt{2}x + 3$.
Bestimme die Tangenten an E , die zu g parallel sind.
Anleitung: Verwende die konjugierten Durchmesser.

5-2 Gegeben ist die Ellipse $E: \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ und die Gerade $g: y = x$.
Bestimme die Tangenten an E , die zu g parallel sind.
Anleitung: Verwende die konjugierten Durchmesser oder den Leitkreis.

6-1 Die Gerade $t: y = \frac{1}{2}x + 4$ berührt die Ursprungsellipse in $B(-6 | 1)$.
Ermittle deren Halbachsen a und b rechnerisch und konstruktiv.

6-2 Die Gerade $t: y = -\frac{4}{15}\sqrt{3}x + \frac{16}{3}\sqrt{3}$ berührt die Ursprungsellipse in $B(5 | y_B)$.
Ermittle deren Halbachsen a und b rechnerisch und konstruktiv.

7 Eine Ellipse hat die Brennpunkte $F_{1,2}(\pm 5 | 0)$ und $t: y = -\frac{2}{3}x + 6$ als Tangente.
a) Konstruiere a , b und den Berührungspunkt. Verwende den Leitkreis.
b) Berechne die Halbachsen a und b :
Einmal nicht vektoriell, und dann auch vektoriell.

8 Gegeben ist die Ellipse $E: x^2 + 4y^2 = 20$ und die Gerade $g: 3x + 4y = -9$.
a) Berechne die Schnittpunkte von Gerade und Ellipse.
b) Bestimme den Schnittwinkel zwischen der Ellipse und der Geraden im Schnittpunkt, der im 2. Quadranten liegt.

- 9 Die Gerade g durch die Punkte $A(8|0)$ und $B(0|4)$ ist Tangente an eine zu den Koordinatenachsen symmetrische Ellipse E mit der kleinen Halbachse $b = 3$.
- Stelle die Gleichung der Ellipse E auf; berechne die Koordinaten des Berührungspunktes. Konstruiere den Berührungspunkt und die Hauptscheitel von E . Zeichne die Ellipse.
 - Die Gerade $y = t$ mit $-3 < t < 3$ schneidet die Ellipse E in den Punkten P und Q . Bestimme t so, dass die Strecke PQ die Länge $\sqrt{28}$ hat.
 - Die Ellipse E wird durch eine senkrecht-affine Abbildung mit der x -Achse als Affinitätsachse und positivem Affinitätsverhältnis k so abgebildet, dass ihr Bild \bar{E} den Flächeninhalt 28π hat. Bestimme k und stelle die Gleichung von \bar{E} auf.
- 10 Hans hat ein Seil zu einer Schlinge vom Umfang 16 m verknotet. Er verwendet es zur Konstruktion einer Bodenellipse. Dazu steckt er zwei Pflöcke bei $F_1(0|0)$ und $F_2(6|0)$ in die Erde und wendet die Gärtnerkonstruktion an.
- Stelle die Gleichung der Ellipse auf.
 - Unter welchem Winkel schneidet die Ellipse die y -Achse im positiven Bereich?
- 11 Gegeben ist folgender impliziter Funktionsausdruck: $9x^2 + 16y^2 - 32y - 128 = 0$
- Zeigen Sie, dass diese implizite Funktion eine Ellipse beschreibt, indem Sie die gegebene Gleichung in die Normalform einer Ellipsengleichung bringen !
 - Geben Sie die Koordinaten des Zentrums der Ellipse und der Brennpunkte an!
 - Fertigen Sie eine Zeichnung an, verwenden Sie Krümmungskreise.
 - Zeigen Sie, dass der Punkt $P\left(\frac{12}{5} \mid \frac{17}{5}\right)$ auf der Ellipse liegt
 - Berechnen Sie den Anstieg, den die Funktionskurve in diesem Punkt P hat. Differenzieren Sie dazu den **impliziten** Funktionsausdruck !